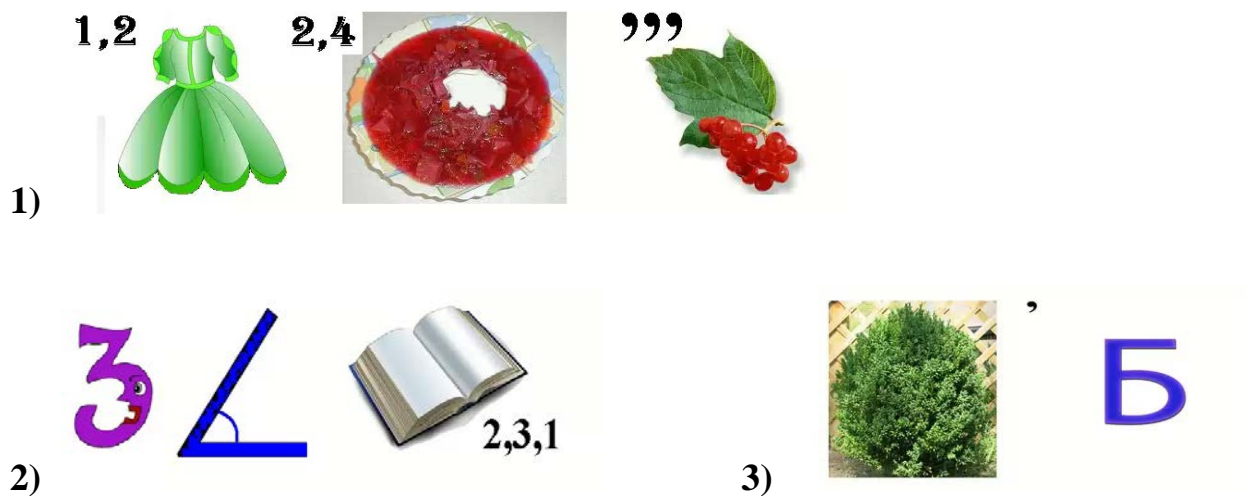


Дидактичні матеріали
для організації самостійної навчально-
пізнавальної роботи учнів та розвитку
їх творчих здібностей за темою:
«Перпендикулярність прямих і площин у просторі»

Розробила:
викладач
Андрейченко Т.О.

Створення емоційного стану

Розгадайте ребуси:



Відповідь:

1. Площина;
2. Трикутник;
3. Куб.

Актуалізація опорних знань

«Мозковий штурм» (по 1 б. за правильну відповідь)

1. Що називають перпендикуляром до площини? похилою до площини? проекцією похилої на площину?
2. Сформулюйте означення кута між прямою і площиною
3. Сформулюйте означення прямої, перпендикулярної до площини.
4. Сформулюйте теорему про три перпендикуляри.
5. Що називають кутом між площинами?
6. Які площини називають перпендикулярними?
7. Назвіть одиниці вимірювання кутів.

Для
допитливих

В деяких країнах, наприклад в Англії, кути вимірюють в *градах*. Градова міра отримана шляхом поділу прямого кута на 100 рівних частин або град. Один град (1q) має 100 градусів мінут (сантиград – 100с), а 1 градова мінута – 100 градусів секунд (санти-сантиград – 100сс).

Вивчення нового матеріалу

Двогранним кутом називається фігура, утворена двома півплощинами із спільною прямою, що їх обмежує. Півплощини називають гранями, а пряму, що їх обмежує, – ребром двогранного кута.

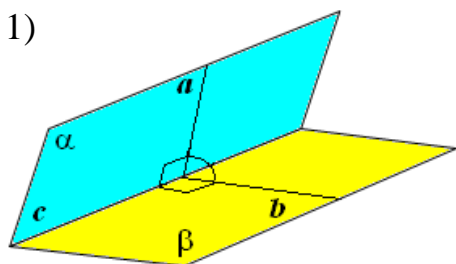
Лінійний кут двогранного кута – це кут, утворений двома півпрямими, по яких площина, перпендикулярна до ребра двогранного кута, перетинає даний двогранний кут.

Властивості лінійних кутів двогранного кута:

1. Міра двогранного кута не залежить від вибору лінійного кута.
2. За міру двогранного кута приймають міру відповідного йому лінійного кута.
3. З двох двогранних кутів вважають більшим той, лінійний кут якого більший.
4. Міра двогранного кута знаходиться в межах від 0° до 180° .
5. Вертикальні двогранні кути рівні.
6. Двогранні кути з відповідно паралельними й однаково (протилежно) направленими гранями рівні.
7. Усі прями двогранні кути рівні.
8. Бісектриса кожного лінійного кута належить бісектрисі заданого двогранного кута.
9. Бісектриса двогранного кута є геометричним місцем точок, що лежать усередині цього кута й рівновіддалені від площин його граней.

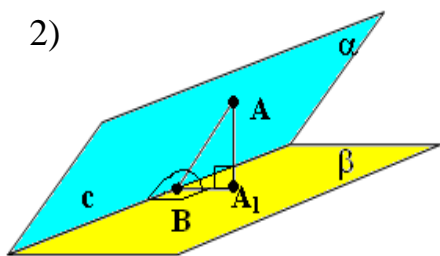
Способи побудови лінійного кута двогранного кута:

1)



На ребрі кута позначаємо точку; через неї в гранях кута проводимо дві півпрямі, перпендикулярні до ребра кута. Кут, утворений цими півпрямими, – лінійний кут поданого двогранного кута;

2)



На одній із граней кута позначаємо точку і через неї проводимо перпендикуляри до площини іншої грані та до ребра кута. Тоді одержаний кут (або суміжний з ним) є лінійним кутом двогранного кута. Зауваження. Цей спосіб неприйнятний у випадку, якщо двогранний кут прямий.

Питання для самоперевірки:
(по 0,5 б. за правильну відповідь)

1. Що називають ребром двогранного кута?
2. Чи залежить від вибору лінійного кута міра двогранного кута?
3. Що буде геометричним місцем точок, що лежать усередині двогранного кута й рівновіддалені від площин його граней?
4. Як називають півплощини, які утворюють двогранний кут?
5. Що можна сказати про усі прямі двогранні кути?
6. Що приймають за міру двогранного кута?
7. В яких межах знаходиться міра двогранного кута?
8. Що ви знаєте про вертикальні двогранні кути?

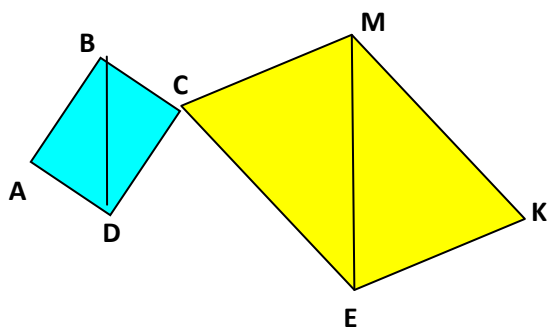
На екран проєктуються відповіді. Учні виконують перевірку.

Відповіді:

1. Прямую, що обмежує його грані.
2. Ні.
3. Бісектриса двогранного кута.
4. Гранями.
5. Вони рівні.
6. Міру відповідного йому лінійного кута.
7. Від 0° до 180° .
8. Вони рівні.

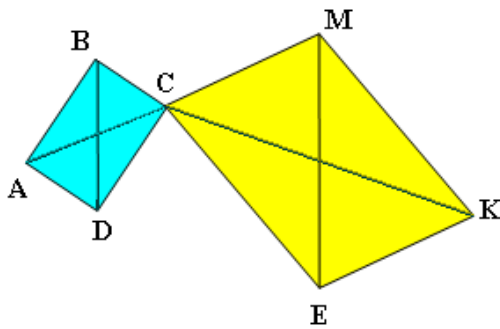
Гра «Хто перший?»

Учні самостійно виконують завдання в зошиті. Хто виконав – піднімає руку. Викладач перевіряє. Трьом учням, які перші правильно виконали завдання зараховується по 4 б.. Один з них потім коментує і обґрунтовує малюнок – відповідь, який проєктується на екран.



$ABCD$ і $CMKE$ – ромби, причому $BD \parallel ME$. Побудувати лінійний кут двогранного кута, визначеного площинами цих ромбів. Побудову обґрунтувати.

Очікуваний результат



$\angle ACK$ – шуканий лінійний кут двогранного кута.

Тренувальні вправи

Учні самостійно обирають рівень завдання, яке будуть виконувати.

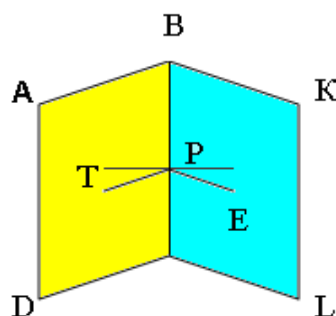
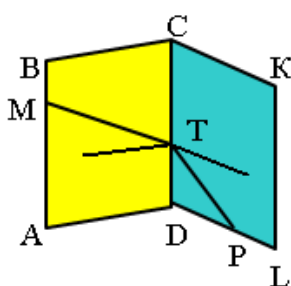
Практична робота
(початковий рівень)

<p>I варіант</p>		<p>ABCD і CDLK – два прямокутника, а $\angle MTP$ - лінійний кут двогранного кута при ребрі CD. Чи є на малюнку помилка? Якщо є, то виправте її. Виправлення обґрунтуйте.</p>
<p>II варіант</p>		<p>ABCD і BCLK – паралелограми, а $\angle TPE$ - лінійний кут двогранного кута при ребрі BC. Чи є на малюнку помилка? Якщо є, то виправте її. Виправлення обґрунтуйте.</p>

Після виконання на екран проектується очікуваний результат.

I варіант

II варіант

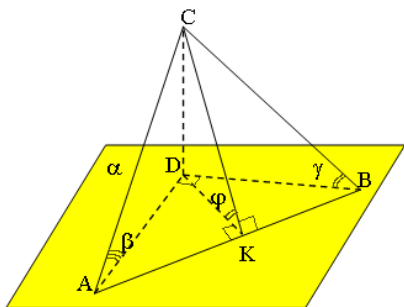


Задача 1.

(середній рівень)

Одна сторона трикутника лежить в площині α , а дві інші утворюють з площиною α кути, тангенси яких відповідно дорівнюють $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{4}$, причому проекції цих сторін на площину α взаємно перпендикулярні. Визначити кут між площиною α і площиною трикутника.

Впишіть пропущені фрагменти в текст розв'язку.



Розв'язок: Нехай сторона AB трикутника ABC лежить _____, а вершина C _____.
 Опустимо з точки C перпендикуляр _____ на _____. AD – проекція _____ на _____; BD - _____, отже, за умовою $\angle ADB =$ _____, а $\angle CAD =$ _____, і $\angle CBD =$ _____ - це кути _____.
 _____ . Ребрам шуканого кута є _____.

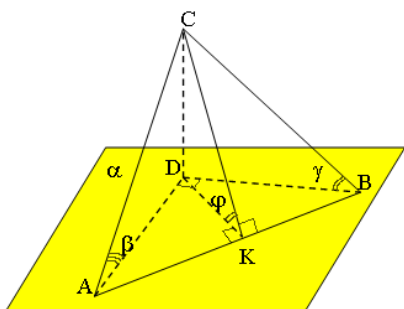
Проведемо $DK \perp$ _____, тоді $CK \perp$ _____ по _____. Отже $\angle CKD = \varphi$ - _____ .
 $CD \perp AD$; $CD \perp DB$; $CD \perp DK$; по _____, отже, $\triangle CDA$, $\triangle CDB$, $\triangle CDK$ - _____. Шуканий кут φ визначаємо з _____. В цьому трикутнику $\text{tg} \varphi =$ _____. Так як обидві величини невідомі, то їх необхідно пов'язати за допомогою інших даних.

З $\triangle CAD$ $\text{tg} \beta =$ _____, звідси $AD =$ _____.

З $\triangle CBD$ $\text{tg} \gamma =$ _____, звідси $BD =$ _____.

З $\triangle DAB$ $AB^2 =$ _____ $\rightarrow AB =$ _____. $\triangle DKB \sim \triangle ADB$ за _____ $\frac{DK}{BD} =$ _____, звідси $DK =$ _____. Так як $\text{tg} \varphi =$ _____, то $\text{tg} \varphi =$ _____, звідси лінійний кут шуканого двогранного кута $\varphi =$ _____.

Після виконання на екран проектується очікуваний результат.



Розв'язок: Нехай сторона AB трикутника ABC лежить в площині α , а вершина C не належить їй. Опустимо з точки C перпендикуляр CD на пл. α . AD – проекція AC на пл. α ; BD – проекція BC на пл. α , отже, за умовою $\angle ADB = 90^\circ$, а $\angle CAD = \beta$, і $\angle CBD = \gamma$ - це кути тангенси яких дорівнюють $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{4}$. Ребрам шуканого кута є AB. Проведемо $DK \perp AB$, тоді $CK \perp AB$ по т. про три перпендикуляри. Отже $\angle CKD = \varphi$ – кут між пл. ABC і α . $CD \perp AD$; $CD \perp DB$; $CD \perp DK$; по т. про перпендикулярність прям. і площ. у просторі, отже, $\triangle CDA$, $\triangle CDB$, $\triangle CDK$ - прямокутні. Шуканий кут φ визначаємо з $\triangle CDK$. В цьому трикутнику $\text{tg} \varphi = \frac{CD}{DK}$. Так як обидві величини

невідомі, то їх необхідно пов'язати за допомогою інших даних.

$$\text{З } \triangle CAD \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{CD}{AD}, \text{ звідси } AD = \frac{CD}{\operatorname{tg} \beta} = 3 \text{ CD.}$$

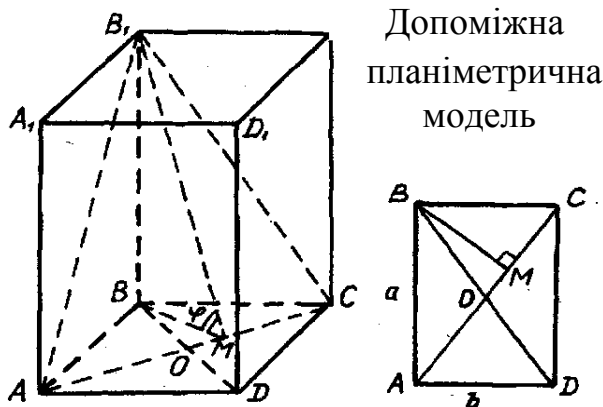
$$\text{З } \triangle CBD \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{CD}{DB}, \text{ звідси } BD = \frac{CD}{\operatorname{tg} \gamma} = 4 \text{ CD.}$$

З $\triangle DAB \quad AB^2 = AD^2 + BD^2 \rightarrow AB = 5 \text{ CD}$. $\triangle DKB \sim \triangle ADB$ за власт. подібних трикутників $\frac{DK}{BD} = \frac{AD}{AB}$, звідси $DK = \frac{AD \cdot BD}{AB} = \frac{3 \text{ CD} \cdot 4 \text{ CD}}{5 \text{ CD}} = \frac{12}{5} \text{ CD}$. Так як $\operatorname{tg} \varphi = \frac{CD}{DK}$, то $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\text{CD}}{\frac{12}{5} \text{ CD}} = \frac{5}{12}$, звідси лінійний кут шуканого двогранного кута $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{5}{12}$.

Задача2.

(достатній рівень)

Через кінці трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї вершини, проведено перетин, площина якого з площиною основи паралелепіпеда утворює кут φ . Знайти площу перетину, якщо довжини суміжних ребер основи паралелепіпеда дорівнюють a і b .



Допоміжна
планіметрична
модель

Етапи розв'язку:

$$S = ah/2$$

Ребро даного
двогранного кута

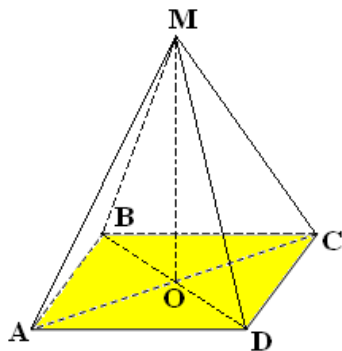
Побудова
лінійного кута φ

Знаходження
AC і MB

Знаходження
 B_1M

S

Диференційована самостійна робота



З точки О (точка перетину діагоналей квадрата) проведено перпендикуляр ОМ до площини квадрата так, що $MA = MB = MC = MD = AB$.

Рівень	Завдання	I варіант	II варіант	III варіант	IV варіант
Початковий	Побудувати кут між площинами	ABM і ABC	BCM і ABC	CDM і ABC	ADM і ABC
Середній	Обчислити його величину				
Достатній	Побудувати кут між площинами та обчислити його величину	ABM і BCM	BCM і CDM	CDM і ABM	ADM і BCM

Рефлексія:

На уроці найважливішим відкриттям для мене було...

Мені сподобався (не сподобався) результат моєї роботи на уроці, тому що...

Сьогодні на уроці я навчився (згадав)...

Найбільше на уроці мені запам'яталось те, що...

Мої враження після уроку такі...

Домашнє завдання

Опрацювати конспект.

На початковому рівні. Навести приклади лінійного кута двогранного кута в просторі.

На середньому рівні. Підібрати фото для демонстрацій.

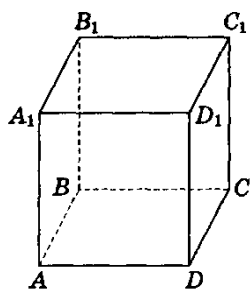
На достатньому рівні. Виконати схематичний малюнок лінійного кута двогранного кута, в моїй майбутній професії.

На високому рівні. Розв'язати задачу.

В трикутнику ABC сторона $AB = 9\text{см}$, $AC = 5\text{см}$, $BC = 6\text{см}$. Через сторону AC проходить площина α , яка утворює з площиною трикутника кут 45° . Знайти площу проєкції $\triangle ABC$ на площину α і відстань від вершини B до площини α .

Тестова перевірка домашнього завдання.

(на відповідність, по 1 б. за правильну відповідь)

Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.Відстанню між даною прямою і
площиною буде довжина відрізка:

- | | |
|--------------------------|--------------------|
| 1. $A_1 B_1$ і (CDD_1) | А BC |
| 2. $B_1 C_1$ і (ABC) | Б $A_1 D$ |
| 3. CD і (ABB_1) | В BB_1 |
| | Г $A_1 D_1$ |

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

Відповідь проектується на екран.

	А	Б	В	Г
1				X
2			X	
3	X			

Інтерактивна гра: «Закінчи речення»

(по 0,5 б. за правильну відповідь)

- Довжина перпендикуляра, опущеного з даної точки на площину – це відстань...
- Фігура, утворена двома півплощинами із спільною прямою, що їх обмежує називається...
- Відстань від довільної точки однієї площини до другої площини - це відстань...
- Довжина перпендикуляра, опущеного з будь-якої точки прямої на площину – це відстань...
- Міра двогранного кута знаходиться в межах...
- Відстань між мимобіжними прямими дорівнює довжині...
- Кут, утворений двома півпрямими, по яких площина, перпендикулярна до ребра двогранного кута, перетинає даний двогранний кут називається...
- Міра кута між прямою і площиною знаходиться в межах...

Відповіді (проектуються на екран і учні виконують взаємоперевірку):

- від точки до площини;
- двогранним кутом;
- між паралельними площинами;
- від прямої до паралельної їй площини;
- від 0° до 180° ;
- їхнього спільного перпендикуляра.
- лінійним кутом двогранного кута;
- від 0° до 90° ;

Тренувальні вправи

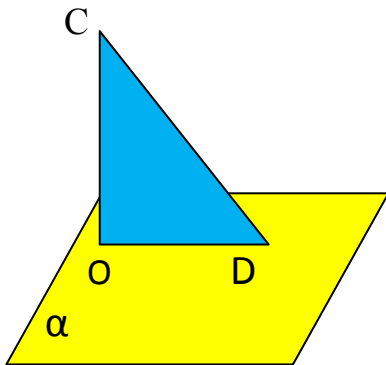
Учні самостійно обирають рівень завдань, які будуть виконувати.

Початковий рівень

Задача 1. (за зразком)

Разом.

Пряма CD утворює з площиною α кут 30° . Знайти похилу, якщо її проекція дорівнює $8\sqrt{3}$ см.



Розв'язок.

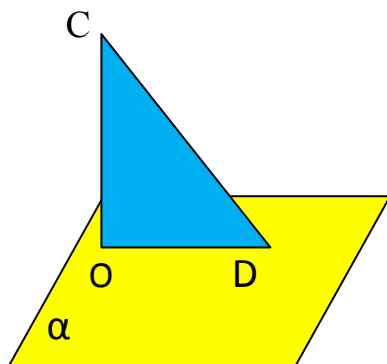
- 1) За означенням $\cos \angle D = \frac{OD}{CD}$
- 2) $CD = \frac{OD}{\cos \angle D}$
- 3) $\cos \angle D = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 4) $CD = \frac{8\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8\sqrt{3} * \frac{2}{\sqrt{3}} = 16$

Відповідь: $CD = 16$ см.

Самостійно.

Пряма CD утворює з площиною α кут 45° . Знайти довжину перпендикуляра, опущеного з точки C на площину α , якщо довжина похилої CD дорівнює $10\sqrt{2}$ см.

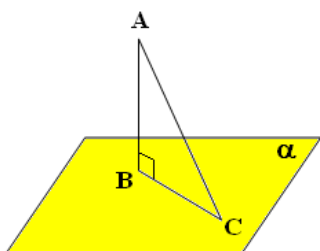
Розв'язок.



- 1) За означенням $\sin \angle D = \frac{CO}{CD}$
- 2) $CO = CD * \sin \angle D$
- 3) $\sin \angle D = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- 4) $CO = 10\sqrt{2} * \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$

Відповідь: $CO = 10$ см.

Задача 2.



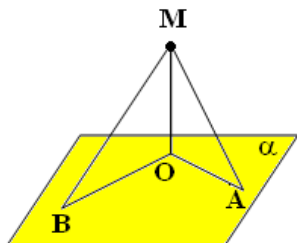
До площини α проведено перпендикуляр AB і похилу AC .

Знайти довжину проекції похилої, якщо $AC = 10$ см, $AB = 8$ см.

Обери правильну відповідь: а) 8 см; б) 10 см; в) 6 см; г) 2 см.

Середній рівень

Задача 1.

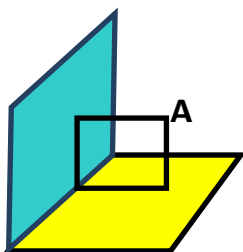


З точки M до площини α проведені перпендикуляр MO і похилі MA і MB . $MO = 5$ см, $MA = \sqrt{61}$ см, $MB = 13$ см.

Знайдіть відношення проєкцій похилих.

- а) 1:1; б) 1:2; в) 1:3; г) $\sqrt{61}:13$.

Задача 2.



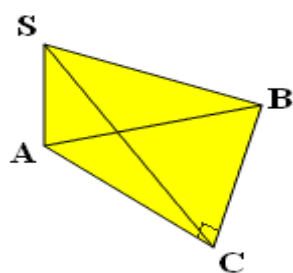
Точка A знаходиться на відстані 6 і 8 см від двох перпендикулярних площин.

Знайдіть відстань від цієї точки до лінії перетину площин.

- а) 6 см; б) 8 см; в) 10 см; г) 14 см.

Достатній рівень

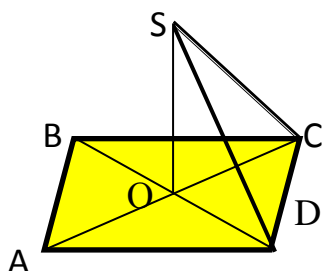
Задача 1.



З вершини A прямокутного рівнобедреного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведено перпендикуляр SA до площини трикутника ABC . $AC = \sqrt{2}$ см, $SA = \sqrt{2}$ см.

Знайдіть площу трикутника SBC .

Задача 2.



Точка S віддалена від вершин квадрата зі стороною $\sqrt{6}$ см на 2 см.

Чому дорівнює відстань від точки S до площини квадрата?

Високий рівень

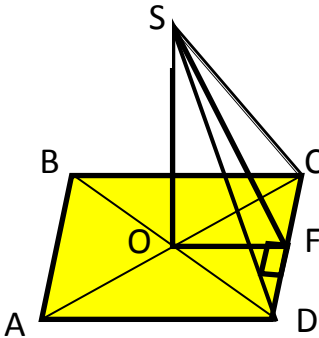
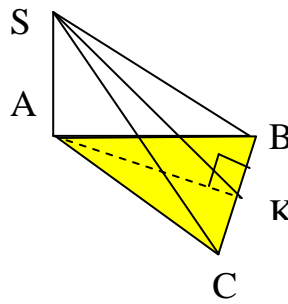
Задача 1.

Точка S віддалена від усіх сторін правильного трикутника на $\sqrt{12}$ см, а від площини трикутника — на 3 см. Чому дорівнює сторона трикутника?

Задача 2.

Із точки, віддаленої від площини на відстані 10 см, проведено дві похилі, які утворюють з площиною кути в 45° і 30° . Кут між їх проекціями дорівнює 90° . Знайти відстань між кінцями похилих.

Диференційована самостійна робота

Рівень	I варіант	II варіант
Початковий	<p>Через точку перетину діагоналей квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр SO до площини квадрата і $OF \perp CD$. Яка з вказаних прямих перпендикулярна до прямої CD?</p> <p>а) SC; б) SD; в) BD; г) SF.</p> 	<p>До площини правильного трикутника ABC проведено перпендикуляр SA, $AK \perp BC$. Яка з вказаних прямих перпендикулярна до прямої BC?</p> <p>а) SC; б) SB; в) AB; г) SK.</p> 
Середній	<p>З точки до площини проведено похилу довжиною 50 см, а точка віддалена від площини на 25 см. Знайдіть кут між похилою і площиною.</p>	<p>Пряма AB з площиною α утворює кут 60°. Знайдіть довжину проекції похилої AB на площину α, якщо $AB = 48$ см.</p>
Достатній	<p>Пряма CD перпендикулярна площині гострокутного трикутника ABC, CK – його висота. Доведіть, що прямі DK і AB взаємно перпендикулярні. Знайдіть відстань від точки A до площини DCK, якщо $DA = \sqrt{2}$ см, $\angle DAK = 45^\circ$.</p>	<p>Діагоналі чотирикутника $ABCD$ перетинаються в точці O. З точки O проведено перпендикуляр OM до прямої AB і перпендикуляр OK до площини чотирикутника. Доведіть, що кут між прямими MK і AB прямий. Знайдіть відстань від точки B до площини OKM, якщо $KM = \sqrt{3}$ см, $\angle MKB = 30^\circ$.</p>

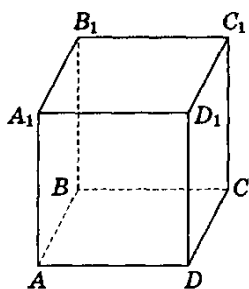
Рівень	I варіант	II варіант
Високий	<p>До площини трикутника ABC провели перпендикуляр CD. Відомо, що $AB = 12\text{см}$, $CD = 6\text{см}$, $AC = CB = 10\text{см}$.</p> <p>Провести перпендикуляр з точки D до прямої AB.</p> <p>Знайти: відстань від точки D до прямої AB і кут між площинами ABC і ABD.</p>	<p>До площини трикутника ABC провели перпендикуляр CD. Відомо, що $\angle ACB = 90^\circ$, $CD = 35\text{см}$, $AC = 15\text{м}$, $CB = 20\text{см}$.</p> <p>Провести перпендикуляр з точки до прямої AB.</p> <p>Знайти: відстань від точки D до прямої AB і кут між площинами ABC і ABD.</p>

Проблемні питання (по 1 б. за повну відповідь):

Відстань між двома паралельними площинами дорівнює h . Точка A лежить в одній із цих площин, а точка B - у другій. Чи правильно, що:

- довжина відрізка AB може дорівнювати h ;
- довжина відрізка AB може бути меншою від h ;
- довжина відрізка AB може бути більшою за h ?

Домашнє завдання



На *рисунку* зображено куб із ребром a .

На *початковому рівні*.

- Яка відстань від прямої CC_1 до площини ABB_1 ?
- Яка відстань від прямої B_1D_1 до площини ABC?

На *середньому рівні*.

- Яка відстань між площинами ABC і $B_1D_1C_1$?

- Знайдіть відстань між мимобіжними прямими DD_1 і B_1C_1 ; B_1D_1 і CC_1 .

На *достатньому рівні*.

Площини α і β перпендикулярні. Рівнобедрений трикутник ABC лежить у площині α так, що його основа AB належить прямій перетину площин. Пряма b лежить у площині β , паралельна прямій перетину площин і віддалена від неї на 5 см. Обчисліть відстань від точки C до прямої b , якщо $AB = 2\text{см}$, $AC = 20\text{см}$.

На *високому рівні*.

Трикутники ABC і ABD рівносторонні і лежать в перпендикулярних площинах.

Довести, що площина CKD перпендикулярна площині кожного з них, якщо точка K – середина сторони AB.

Інтерактивна гра «Чиста дошка»

На дошці записані поняття теми.

Учні по черзі надають пояснення до них.

Опрацьовані поняття витираються з дошки.



Тестова перевірка домашнього завдання

(на визначення істинності математичних тверджень)

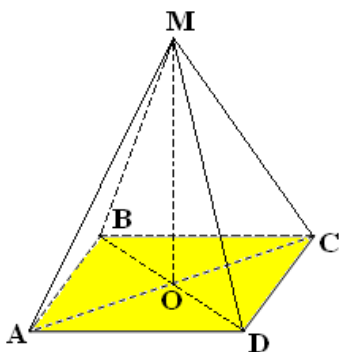
Так чи **ні** (по 1 балу за правильну відповідь)

№	Математичне твердження	Так	Ні
1	Чи завжди на площинах, які перетинаються, можна взяти по прямій так, щоб вони були перпендикулярні між собою?		
2	Чи можна провести площину, перпендикулярну одночасно до двох прямих, які перетинаються?		
3	Через точку, взяту поза площиною, можна провести площину, перпендикулярну до цієї площини, і при тому тільки одну.		
4	Якщо площина перпендикулярна до даної площини, то вона перпендикулярна і до довільної прямої, паралельної цій площині.		
5	На двох перпендикулярних площинах вибрали по прямій. Чи можуть ці прямі бути паралельними?		
6	На двох перпендикулярних площинах вибрали по прямій. Чи можуть ці прямі перетинатися?		
7	На двох перпендикулярних площинах вибрали по прямій. Чи можуть ці прямі бути мимобіжними?		

Завдання для тематичного оцінювання

Варіант 1

Початковий рівень(3 бала).

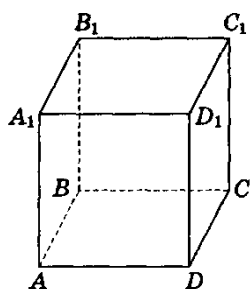


Точка М рівновіддалена від сторін ромба ABCD. Які з наведених тверджень правильні?

- а) площина AMC перпендикулярна до площини BMD;
- б) площина AMC перпендикулярна до площини ABC;
- в) площина ABM перпендикулярна до площини ADC;
- г) площина BMD перпендикулярна до площини ABC:

Середній рівень(3 бала).

Встановіть відповідність



Дано куб ABCDA₁B₁C₁D₁. Встановіть відповідність між заданими прямими(1 – 3) і градусними мірами кутів між ними (А – Г).

4. AB і AC

А 0°

5. AB і B₁D₁

Б 45°

6. BC₁ і D₁C

В 60°

Г 90°

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

Достатній рівень(3 бала).

1) Через гіпотенузу АВ прямокутного рівнобедреного трикутника ABC проведено площину α під кутом 45° до площини ABC. Обчисліть кути нахилу катетів трикутника ABC до площини α .

2) ABCD – прямокутник. Через вершину А проведено пряму АЕ, перпендикулярну до сторін АВ і AD прямокутника. Доведіть, що площини ECD і EAD перпендикулярні.

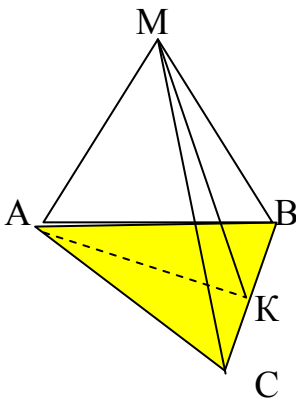
Високий рівень(3 бала).

Ортогональна проекція прямокутника, сторони якого дорівнюють 8 см і 6 см, нахилена до площини прямокутника під кутом 60° . Обчисліть площу проекції. Чи може ця проекція бути квадратом?

Завдання для тематичного оцінювання

Варіант 2

Початковий рівень(3 бала).

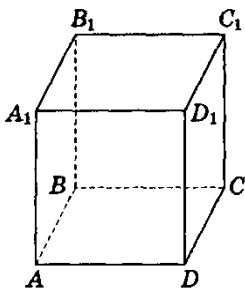


Точка M рівновіддалена від вершин рівнобедреного трикутника ABC ($AB = AC$), K — середина BC . Які з наведених тверджень правильні?

- площина AMK перпендикулярна до площини ABC ;
- площина BMC перпендикулярна до площини ABM ;
- площина BMC перпендикулярна до площини ABC ;
- площина ABM перпендикулярна до площини ACM .

Середній рівень(3 бала).

Встановіть відповідність



Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Встановіть відповідність між заданими прямими(1 – 3) і градусними мірами кутів між ними (А – Г).

- AB і CD
- AC і DC_1
- BD і A_1C_1

А 0° Б 45° В 60° Г 90°

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				

Достатній рівень(3 бала).

- Через сторону AB рівностороннього трикутника ABC проведено площину α під кутом 60° до площини ABC . Обчисліть кути нахилу двох сторін трикутника ABC до площини α .
- $ABCD$ – ромб. Через вершину A проведено пряму AM , перпендикулярну до сторін AB і AD ромба. O – точка перетину діагоналей ромба. Доведіть, що площини MBD і MOA перпендикулярні.

Високий рівень(3 бала).

Ортогональною проекцією прямокутника, сторони якого дорівнюють 8 см і 9 см, є чотирикутник, площа якого дорівнює 36 см^2 . Обчисліть кут між площинами цих чотирикутників. Чи може ця проекція бути квадратом?

Домашнє завдання

Завдання на вибір з Додатку 1.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА

- 1.1. Кінці відрізка CD не перетинають площину α , точка M – середина відрізка CD . Відстань від точки C до площини α дорівнює 10 см, а від точки M до площини α дорівнює 6 см. Знайдіть відстань від точки D до площини α .
 А) 8 см; Б) 4 см; В) 3 см; Г) 2 см.
- 1.2. Діагональ грані куба дорівнює $4\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань між паралельними гранями куба.
 А) $4\sqrt{2}$ см; Б) $4\sqrt{3}$ см; В) 4 см; Г) 8 см.
- 1.3. Похила утворює з площиною кут 30° . Знайдіть довжину проекції похилої, якщо довжина похилої дорівнює 6 см.
 А) $3\sqrt{2}$ см; Б) $3\sqrt{3}$ см; В) 3 см; Г) 2 см.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО

- 2.1. Кінці відрізка CD завдовжки 17 см належать двом паралельним площинам. **Проекція відрізка** на одну з площин дорівнює 15 см. Знайдіть відстань між паралельними площинами.

А	Б	В	Г	Д
12 см	8 см	10 см	14 см	16 см

- 2.2. Дві площини перетинаються під кутом 45° . Точка A належить одній з площин і знаходиться на відстані 6 см від лінії перетину площин. Знайдіть відстань від точки A до другої площини.

А	Б	В	Г	Д
2 см	$3\sqrt{3}$ см	3 см	$6\sqrt{2}$ см	$3\sqrt{2}$ см

- 2.3. Якому із запропонованих значень не може дорівнювати кут між мимобіжними прямими?

А	Б	В	Г	Д
1°	0°	83°	45°	90°

- 2.4. Укажіть усі правильні твердження.

- I. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну пряму, перпендикулярну до площини α .
- II. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .
- III. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну пряму, паралельну площині α .
- IV. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну площину, паралельну площині α .

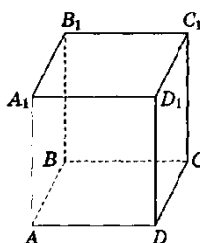
A	B	B	Г	D
II, III, IV	II, III	I, III, IV	I, IV	II

Завдання на встановлення відповідностей у форматі ЗНО

3.1. На малюнку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між заданими кутами (1-4) та їх градусними мірами (A-Д).

Кут

Градусна міра

1 між прямими $A_1 B_1$ і DD_1 A 0° 2 між прямими $A_1 C_1$ і $C_1 D$ Б 30° 3 між прямою $A_1 D$ і площиною ABC B 45° 4 між площинами ABA_1 і $CC_1 D D_1$ Г 60° Д 90° 

	A	Б	В	Г
1				
2				
3				

Завдання з короткою відповіддю у форматі ЗНО

- 4.1. Точка M віддалена від кожної із сторін квадрата на 13 см і знаходиться на відстані 12 см від площини квадрата. Знайдіть (у см^2) площу квадрата.
- 4.2. Через вершину квадрата, периметр якого дорівнює 32 см, проведено перпендикуляр до площини квадрата завдовжки 7 см. Знайдіть (у см) відстань від кінця цього перпендикуляра, що не належить площині квадрата, до прямої, що містить діагональ квадрата, яка не має з перпендикуляром спільних точок.
- 4.3. Два рівнобедрені прямокутні трикутники ABC і ABC_1 мають спільну гіпотенузу завдовжки $4\sqrt{2}$ см. Площини трикутників взаємно перпендикулярні. Знайдіть (у см) відстань між точками C і C_1 .

Завдання з короткою відповіддю у форматі ДПА

- 5.1. Через вершину A прямокутника $ABCD$ зі сторонами 3 см і 4 см проведено перпендикуляр AM , довжина якого $3,2$ см. Знайдіть відстань від точки A до прямої BD .
- 5.2. Через гіпотенузу AB прямокутного трикутника ABC проведено площину α . Відстань від точки C до площини α дорівнює 6 см. Який кут утворює пряма BC з площиною α , якщо $AB = 13$ см; $AC = 5$ см?
- 5.3. У рівнобедреному трикутнику ABC : $AB = AC = 5$ см; $BC = 6$ см; $AM \perp BC$. Площина MBC утворює з площиною трикутника кут 45° . Знайдіть тангенс кута нахилу прямої MB до площини трикутника.

Завдання з повним розв'язком у форматі ДПА

- 6.1. Площа ромба дорівнює 24 см², а одна з його діагоналей дорівнює 6 см. Точка P рівновіддалена від прямих, що містять сторони ромба, і знаходиться на відстані 1 см від його площини. Знайдіть відстань від точки P до сторін ромба.
- 6.2. Два рівнобедрені трикутники, площі яких 25 см² і 40 см², мають спільну основу завдовжки 10 см. Кут між площинами трикутників дорівнює 60° . Знайдіть відстань між вершинами трикутників, які протилежні основам.